Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I

Bachillerato 1

SOLUCIONES

(SOLO UN PRESENTADO Y NINGÚN APROBADO)

Ejercicio nº 1.-

a) Calcula, utilizando la definición de logaritmo:

$$log_7 2401 - log_3 \frac{1}{\sqrt{3}} + log_2 \sqrt[5]{8}$$

b) Si $log\, k = 0{,}7$, **calcula** $log\left(\frac{\sqrt[3]{k}}{100}\right)$.

Solución:

a) $log_7 7^4 - log_3 3^{-1/2} + log_2 2^{3/5} = 4 - \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{5} = 4 + \frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{51}{10}$

b) $log \frac{\sqrt[3]{k}}{100} = log \sqrt[3]{k} - log\, 100 = log\, k^{1/3} - log\, 10^2 = \frac{1}{3} log\, k - 2 log\, 10 = \frac{1}{3} \cdot 0{,}7 - 2 \cdot 1 = 0{,}23 - 2 = -1{,}77$

Ejercicio nº 2.-

Resuelve:

a) $\left.\begin{array}{l} x - 2y = -1 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \end{array}\right\}$

Solución:

a) $x = -1 + 2y$

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \rightarrow 6(y + x) = 5xy$

$6y + 6x = 5xy \rightarrow 6y + 6(-1 + 2y) = 5(-1 + 2y)\, y$

$6y - 6 + 12y = -5y + 10y^2 \rightarrow 10y^2 - 23y + 6 = 0$

$$y=\frac{23\pm\sqrt{529-240}}{20}=\frac{23\pm 17}{20}\quad\rightarrow\quad\begin{cases} y=2 \rightarrow \quad x=3\\ y=\dfrac{6}{20}=\dfrac{3}{10}\rightarrow \quad x=\dfrac{-2}{5}\end{cases}$$

b) $2(2x-1)-12<6x-3(x+1)$

$4x-2-12<6x-3x-3$

$x<11 \quad\rightarrow\quad$ Intervalo $(-\infty, 11)$

Ejercicio nº 3.-

Halla la función derivada de cada una de las siguientes funciones:

a) $\boldsymbol{f(x)=3x^4-\dfrac{9x^2}{3}}$

b) $\boldsymbol{f(x)=\dfrac{3x^2-2}{x^2-1}}$

c) $\boldsymbol{f(x)=xe^x}$

Solución:

a) $f'(x)=12x^3-\dfrac{18x}{3}=12x^3-6x$

b) $f'(x)=\dfrac{6x(x^2-1)-(3x^2-2)\cdot 2x}{(x^2-1)^2}=\dfrac{6x^3-6x-6x^3+4x}{(x^2-1)^2}=\dfrac{-2x}{(x^2-1)^2}$

c) $f'(x)=e^x+xe^x=e^x(1+x)$

Ejercicio nº 4.-

Dada la función:

$$\boldsymbol{f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2}{2} & \text{si} \quad x\le 2\\ 2x+1 & \text{si} \quad x>2\end{cases}}$$

a) Estudia su continuidad.
b) Represéntala gráficamente.

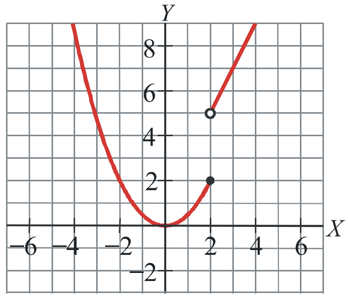
Solución:

a) • Si $x\neq 2$, la función es continua.
• Si $x=2$:

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}\left(\dfrac{x^2}{2}\right)=2\\ \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}(2x+1)=5\end{array}\right\}$$ Son distintos. La función es discontinua en $x=2$.

b) • Si $x\le 2$, es un trozo de parábola.
• Si $x>2$, es un trozo de recta.

- La gráfica es:



<u>Ejercicio nº 5.-</u>

a) Representa la gráfica de la función:

$$\boldsymbol{f(x) = x^4 - 2x^2 + \frac{1}{2}}$$

b) Sobre la gráfica anterior, estudia el dominio de $f(x)$ su continuidad y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función.

Solución:

a) • $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(x^4 - 2x^2 + \dfrac{1}{2} \right) = +\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(x^4 - 2x^2 + \dfrac{1}{2} \right) = +\infty$

- Puntos de corte con los ejes:

Con el eje $X \rightarrow \quad x^4 - 2x^2 + \dfrac{1}{2} = 0 \quad \rightarrow \quad 2x^4 - 4x^2 + 1 = 0$

Cambio: $x^2 = z \quad \longrightarrow \quad 2z^2 - 4z + 1 = 0$

$$z = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 8}}{4} \rightarrow \begin{cases} z = 1{,}7 \rightarrow & x = \pm 1{,}3 \\ z = 0{,}3 \rightarrow & x = \pm 0{,}5 \end{cases}$$

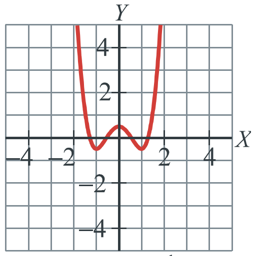
Puntos $(-1{,}3;\ 0)$; $(1{,}3;\ 0)$; $(-0{,}5;\ 0)$; $(0{,}5;\ 0)$

Con el eje $Y \rightarrow \quad x = 0 \quad \rightarrow \quad y = \dfrac{1}{2} \quad \rightarrow$ Punto $\left(0, \dfrac{1}{2} \right)$

- Puntos singulares:

$$f'(x) = 4x^3 - 4x = 4x\left(x^2 - 1\right) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \rightarrow & \text{Punto} \left(-1, \dfrac{-1}{2} \right) \\ x = 0 \rightarrow & \text{Punto} \left(0, \dfrac{1}{2} \right) \\ x = 1 \rightarrow & \text{Punto} \left(1, \dfrac{-1}{2} \right) \end{cases}$$

- Gráfica:



$f(x)=x^4-2x^2+\frac{1}{2}$

b) • Dominio = $\mathbb{R}$

- Es una función continua.
- Decreciente en $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$ y creciente en $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$.